Ing. Jorge M. Slight

Método de Hardy Cross para el análisis de las pérdidas de carga en las redes de distribución de agua potable

En general, una red de agua potable puede proyectarse, fijando previamente los diámetros de las cañerías con cierto criterio. Formada así la red, corresponde verificar si las pérdidas de cargas, producidas por los consumos probables, quedan dentro de ciertos límites admisibles, es decir, que las presiones resultantes en la red, considerando además las alturas topográficas, no bajen de un cierto mínimo ni excedan de un máximo dado. Además las velocidades no deben ser superiores a las admisibles.

Los cálculos necesarios para esta determinación son, generalmente, muy engorrosos. Por este motivo se han ideado diversos métodos científicos para facilitar la labor. Entre los muchos métodos conocidos, contamos con tres de carácter especial:

1) *El método gráfico de Freeman:* Exige un trabajo enorme para la solución de redes complejas; por este motivo, se usa muy poco.

2) *El analizador eléctrico para redes,* de Camp y Hazen: Se requiere el empleo de un equipo caro y delicado, además de un aprendizaje especial para su aplicación. Por esto, es muy poco probable que llegue a generalizarse.

3) *El método Hardy Croos:* Se detalla en las páginas que siguen. Consta, esencialmente, de un sistema de aproximaciones sucesivas, mediante cálculos efectuados con regla de cálculo o con un ábaco de puntos alineados (ideado por el autor de la presente exposición), a base de los datos de escurrimiento que dan las tablas corrientes. Su aplicación es bastante rápida, al extremo de que los cálculos de verificación para una red que abastece a una población de hasta unos 15 mil habitantes, sólo requieren unas cuantas horas.

(Extractado del «Jawa», Feb. de 1941, pág. 224).

TEORIA DEL METODO DE HARDY CROSS

Vamos a determinar, primeramente, cómo varía la pérdida de carga que se produce en una cañería dada, en función del gasto que escurre por ella (cañería sin gasto en camino). Tal cañería podría ser, por ejemplo, un elemento de una red de agua potable, comprendida entre dos nudos de la malla.

Partamos de una fórmula de escurrimiento cualquiera, por ejemplo, la fórmula de Scobey. En esta fórmula, se tiene:

$$u = C.\ J^{0,5}\ D^{0,625}$$

Ahora, como $Q = \frac{\pi D^2}{4} \cdot u$ podemos despejar $u = \frac{4 \cdot Q}{\pi D^2}$

Despejemos J en la fórmula de Scobey, y sustituyamos *u* por su valor en función del gasto; se obtiene:

$$J^{0,5} = \frac{4 \cdot Q}{C \pi D^{2,625}}$$

Ahora bien, para una cañería dada, C y D son constantes, de modo que podemos escribir:

$$J^{0,5} = k \cdot Q \quad \text{o bien}$$
$$J = k^2 Q^2$$

Esta sería la pérdida unitaria en el trozo de cañería considerado. La pérdida de carga total, entonces, será $J \cdot L$; multiplicando ambos miembros por L, y considerando, además, que L también será constante para el trozo considerado, se llega finalmente a lo siguiente:

$$J \cdot L = r \cdot Q^2$$

Se acostumbra a abreviar la expresión, sustituyendo $J \cdot L$ por h; la fórmula queda entonces así:

$$h = r \cdot Q^2$$

Examinemos ahora la fórmula de escurrimiento de *Ludin* para cañerías de cemento-asbesto. En esta fórmula, se tiene:

$$u = 54,42 \cdot D^{0,65} \cdot J^{0.54}$$

Reemplazando u por su valor en función de Q, considerando que D es constante para el trozo de cañería considerado y, por tanto, se le puede englobar en la nueva constante, se tendrá:

$$\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2} = k \cdot J^{0.54}$$

o bien $$J^{0.54} = k' \cdot Q$$

de donde $$J = k \cdot Q^{1/0,54} = k \cdot Q^{1,85}$$

Nuevamente, multiplicando ambos miembros por L (que también es constante), se obtiene, finalmente:

$$h\ (=J \cdot L) = r \cdot Q^{1,85}$$

Análogas consideraciones nos permitirán ver que las fórmulas de *Darcy* y de *Manning*, nos conducen a las expresiones:

$$h = r \cdot Q^2$$

y la de *Williams y Hazen* a la expresión

$$h = r \cdot Q^{1,85}$$

Finalmente, observamos a qué resultado se llega con la fórmula de *Flamant*,

que dice: $$D^{5/4} J = a \cdot u^{7/4}$$

o bien: $$D^5 J^4 = a^4 u^7$$

Reemplazando u por su valor en función del gasto, y englobando los términos en D, que son constantes, se llega a la expresión:

$$J^4 = m.\ Q^7$$

o bien $$J = m \cdot Q^{1,75}$$

y finalmente, multiplicando por L, se obtiene:

$$h\ (=JL) = r \cdot Q^{1,75}$$

Vemos, pues, que las diversas fórmulas de escurrimiento consideradas, nos conducen a expresar la pérdida de carga, en una cañería dada, sin gasto en camino, por una expresión de la forma:

$$h = r \cdot Q^n$$

en que n es variable entre 1,75 y 2, según la fórmula de escurrimiento que se considere.

Cabe recordar una analogía entre una cañería y un conductor eléctrico. En el conductor eléctrico, la caída de tensión se expresa por

$$E = R \cdot I$$

En cambio, en una cañería, la pérdida de presión, h, vale:

$$h = r \cdot Q^n$$

Es sobre esta fórmula en que se basa el método de Hardy Cross. Vemos que *r* pasa a ser una constante para cada trozo de malla que se considera, y es función del largo, diámetro y rugosidad de la cañería considerada. Por tanto, es un factor que puede denominarse su *resistencia*. Respecto a su cálculo, lo veremos con más detalle en lo que sigue de este estudio. En cuanto a la potencia, *n*, su valor dependerá de la fórmula de escurrimiento que se elija para los cálculos.

Para el caso de que las cañerías tengan *gasto en camino*, se asimilará este caso al caso general de cañería sin gasto en camino. Para esto se emplean las relaciones corrientes de la Hidráulica Aplicada, suponiendo que la cañería es recorrida, en toda su extensión, por un gasto menor, gasto que se supone entrega en su extremo. Como en el método Hardy Cross, la cañería considerada forma parte de una red, se considera entonces, que este gasto es entregado al consumo en el nudo considerado.

DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO DE HARDY CROSS

El método de Hardy Cross se entiende mejor si mostramos la forma como se aplicaría a un caso sencillo, pues así nos posesionaremos bien de la idea que su autor tuvo en vista para deducir dicho método. Tomemos, por ejemplo, el caso indicado en la Fig. 1, de dos cañerías paralelas, cada una compuesta de dos trozos distintos; no hay gastos en camino, Se da Q de entrada que será igual al de salida, y, además, los largos y diámetros de los cuatro trozos de cañería.

Supondremos, todavía, que los valores de r para cada trozo hayan sido determinados (sobre esto trataremos más adelante en forma detallada).

Se comienza por suponer que el gasto Q se divide en el nudo A, en dos gastos Q' y Q'', ligados por la relación $Q = Q' + Q''$. La proporción entre Q' y Q'' puede ser cualquiera, pero la práctica permitirá apreciar más o menos los valores Q' y Q'' que no sean demasiado alejados de la verdad. Por lo demás, lo único que pasaría al tomar para Q' un valor demasiado alejado de la realidad, sería que se aumentaría el número de aproximaciones por efectuarse, sin que, por lo demás, esto influya en el resultado final que se va a obtener.

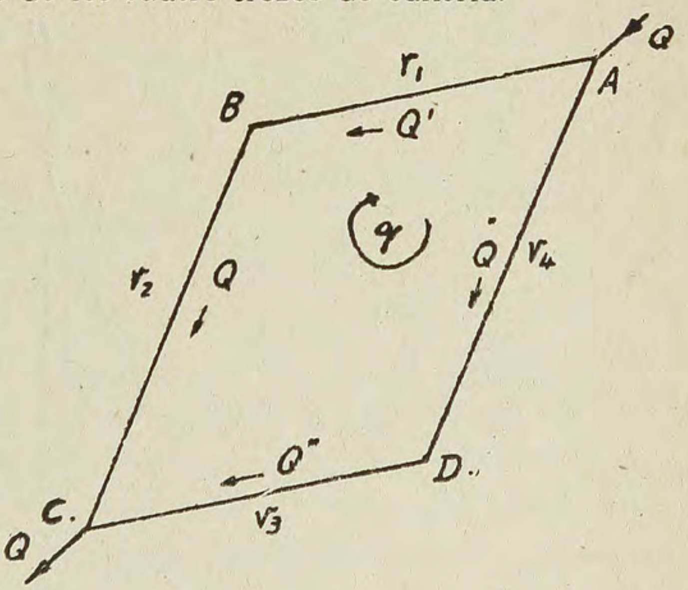


Fig_1

PRIMER PASO.—Partiendo de un nudo en la malla, digamos A, se rodea la malla siguiendo un sentido determinado, digamos, por ejemplo, en sentido contrario al movimiento de las agujas de un reloj, y se calculan las pérdidas de carga que se producen en cada trozo, de acuerdo con la fórmula fundamental:

$$h = r \cdot Q^n \quad (1)$$

y se suman las pérdidas de carga obtenidas, *fijándose en su signo*. Si la elección estuviera bien hecha para Q′ y Q″, la suma debería dar por resultado «cero», ya que se compensan todas las pérdidas de carga al volver al punto de partida, A. Nótese que el signo de *h* queda determinado por el sentido de escurrimiento del gasto Q′ o Q″ de acuerdo con el sentido en que estamos rodeando la malla.

En general, pues, el primer tanteo nos dará para Σh una suma distinta de O. Sea su valor Δh. Esto representa el primer error. El error debe determinarse con *su signo*, positivo o negativo.

Segundo paso.—Para reducir el error, supongamos ahora que hacemos circular por la malla un gasto suplementario «q» siguiendo un sentido determinado y adecuado para que Δh disminuya. Este gasto «q» puede ser considerado como un incremento de los gastos Q′ y Q″, y, según el sentido en que suponemos que circula «q» aumentará o disminuirá los valores correspondientes de Q′ y de Q″. Tenemos un procedimiento para avaluar «q». En efecto, en la Fig. 2, sea OE la curva representativa de la ecuación $h = r\,Q^n$. Sea AB el valor de h correspondiente al valor de Q′ en un determinado trozo de cañería, y sea A′B′ el verdadero valor que que debe tener «h» para que este trozo de cañería llegue a compensar el error Δh en la malla. Tracemos por B la tangente BB″ a la curva, y determinemos su intersección con la horizontal que pasa por B′; es decir, cuyo «h» sea igual al que verdaderamente se necesita. De la figura se deduce:

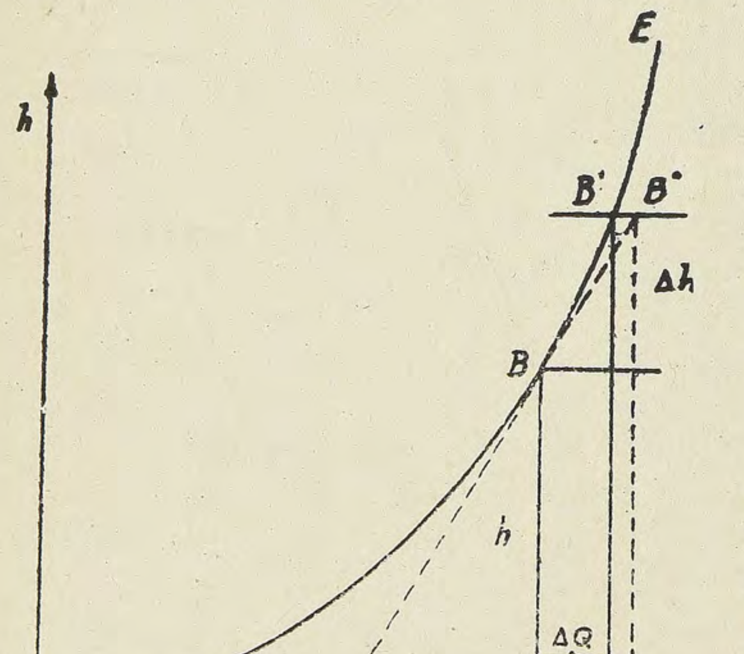


Fig_2

$$\Delta h = \frac{dh}{dQ} \cdot q$$

Pero, como $h = r \cdot Q^n$

se tiene $dh/dQ = n \cdot r \cdot Q^{n-1}$

de donde $\Delta h = n \cdot r \cdot Q^{n-1} \cdot q \quad (2)$

Naturalmente, como se trata de un incremento, esta fórmula es válida tanto para q positivo como negativo. Aunque el valor de q depende del Q que escurre en la sección considerada, es posible formar su valor con relativa facilidad en las diversas secciones de la malla considerada, de modo que se obtenga un valor de «q» igual para todas. Apliquemos, en efecto, la ecuación considerada a la malla de la

Fig. 1. Habíamos establecido un error Δh como resultado de nuestra primera aproximación. Hagamos ahora circular el gastos uplementario «q» en esta malla, que producirá los siguientes efectos: Producirá diferencias de carga definidas por la fórmula (2). Si llamamos r_1, r_2, r_3 y r_4, respectivamente, las resistencias de cada trozo de cañería en la Fig. 1, el efecto de hacer escurrir el gasto «q» en esta malla, siguiendo un solo sentido, nos producirá una pérdida suplementaria de carga, cuya expresión es la siguiente:

$$P_{supl.} = n \cdot r_1 \cdot Q'^{n-1} q + n \cdot r_2 \cdot Q'^{n-1} \cdot q + n \cdot r_3 \cdot Q''^{n-1} \cdot q + n \cdot r_4 \cdot Q'^{n-1} \cdot q$$

Nótese especialmente que, como el gasto suplementario «q» recorre la malla en un solo sentido, *todo los términos de esta suma son del mismo signo.*

Para abreviar, podemos escribir:

$$P_{supl.} = q \cdot \Sigma\, nrQ^{n-1}$$

Ahora bien, esta pérdida suplementaria debe ser igual al error cometido en la primera aproximación, que valía Δh. Sustituyendo y despejando la incógnita «q», se llega a la expresión:

$$q = \frac{\Delta h}{\Sigma\, nrQ^{n-1}}$$

Sustituyendo Δh por su valor, que se puede escribir en la siguiente forma:

$$\Delta h = \Sigma rQ^n$$

se obtiene por fin:

$$q = \frac{\Sigma rQ^n}{\Sigma nrQ^{n-1}} = \frac{\Sigma h}{\Sigma h'} \qquad (3)$$

Nótese que este valor será solamente aproximado, pues, si se examina la Fig. 2 nuevamente, vemos que el «q» determinado es mayor que el ΔQ, valor efectivo que anularía el error. Queda, pues, un *error residual* indicado por la diferencia ($q - \Delta Q$), que será tanto menor cuanto menor es el valor de Δh en comparación con h. Vemos así que, con tanteos sucesivos, será posible disminuir el error hasta cualquier límite deseable.

Debe hacerse una salvedad respecto al sentido que hay que atribuir a «q». Si bien es posible dar reglas matemáticas para este fin, es más sencillo hacer una determinación «visual» de dicho sentido. Volviendo a la figura 1, supongamos que los valores Q′ y Q″ hubieran determinado un error Δh en la pérdida de carga, de signo positivo, al recorrerse la malla en sentido contrario al movimiento de las agujas del reloj. Esto quiere decir que las pérdidas de carga de los trozos AB y BC son superiores a lo que se necesita; para corregirlo, hay que disminuir el gasto en estos trozos en el valor «q», a la vez que se aumentan los gastos en los trozos CD y DA en el mismo valor. Tomando en cuenta este sencillo raciocinio, nunca podrá haber duda respecto al signo que hay que tomar en cuenta en la corrección. Lo más importante es, sin embargo, recordar que, en el cálculo de ΣrQ^n, hay que tomar en cuenta los signos de las pérdidas de carga; no así en la expresión $\Sigma\, n \cdot r \cdot Q,^{n-1}$ en los cuales todos sus términos son del mismo signo.

Hemos deducido las fórmulas de Hardy Cross en que se basa su método, dejándolas en el estado que hemos deducido. Otros autores las transforman un poco, para facilitar, en apariencia, los cálculos que demanda su aplicación. Pero, con el ábaco que vamos a explayar más adelante, es mejor conservar las fórmulas con la forma que le hemos dado en este trabajo.

EL VALOR DE «R»

En ambas fórmulas figura el valor «r», que representa la resistencia del trozo de cañería en consideración. Basándose en la fórmula (1),

vemos que, de $h = r \cdot Q^n$

podemos despejar r, y se obtiene:

$$r = \frac{h}{Q^n}$$

La forma más fácil de obtener «r» es con una tabla de escurrimiento, en la cual se calcula r haciendo Q igual a la unidad, por ejemplo, un l/seg. Además sabemos que $h = J \cdot L$. Por consiguiente, $r = J \cdot L$. para 1 l/seg.

Es de mucha importancia elegir bien las unidades en que se expresan h y Q para fijar el valor de «r» que se usará en los cálculos. Al efecto, es útil recordar que, para unidades métricas, conviene expresar Q en l/seg. y h en cm.; con estos datos, generalmente r tiene valores bajos y con muy pocas decimales, lo que es muy útil para un cálculo de aproximación.

Otras fórmulas de escurrimiento permiten determinar r con suma facilidad.

En efecto, la fórmula de Darcy dice:

$$J = \alpha Q^2$$

Nuestra fórmula (1) dice:

$$h = r \cdot Q^2 \text{ (n = 2 para la fórmula de Darcy).}$$

pero $h = J \cdot L$

luego $r = \dfrac{J \cdot L}{Q^2}$

y sustituyendo J por su valor:

$$r = \frac{\alpha Q^2 \cdot L}{Q^2} = \alpha \cdot L$$

La fórmula de *Darcy* puede consultarse en Lira, «Hidráulica Teórica», págs. 322-323 y, en la Tabla XXIX del mismo texto, se dan valores de α para D en mts. y J resulta expresado también en mts. para $L=1$ mt. Para tener, pues, los valores de r para 1/seg. y cm. basta multiplicar por 10^2 y dividir por 10^6, lo que, en resumen, nos conduce a dividir por $10^4=10,000$ los valores encontrados para $r=\alpha \cdot L$ de la tabla indicada.

Por ejemplo: ¿Cuál es el valor que debe adoptarse para r, usando la fórmula de Darcy, para un trozo de cañería de 200 mm. de diámetro y 200 mts. de largo? Se desea expresar el gasto en 1/seg. y la pérdida total de carga en cm.

Para este caso, la tabla indicada nos dice que α para un diámetro de 0,200 m. vale 11,571; Se multiplica este valor por L en m (es decir, por 200 en el caso del problema), y se divide por 10,000. Resulta entonces:

$$r = (11571 \times 200)/10000 = 0,23$$

Como se trata de tanteos, basta con conservar dos decimales en el valor encontrado. Consideraciones análogas nos permitirán determinar r para cualquier fórmula de escurrimiento que se emplee. Cabe recordar que r, entonces, es una función del diámetro, del largo y de la rugosidad del trozo de cañería que se considera. Para la cañería indicada, la fórmula del escurrimiento aplicada nos indica que

$$h = 0,23\ Q^2$$

con h en cm. y Q en 1/seg.

En la lámina I se indica el ábaco para la solución de los problemas. Como se ve, los ejes no tienen indicaciones de las unidades, puesto que el ábaco es de carácter universal, y es aplicable a cualesquiera unidades que se elijan para determinar r. En efecto, si r se determina para h en cm. y Q en 1/seg, las unidades para r y Q serán éstas elegidas. Pero también se podría haber determinado r para dar h en pies y Q en gals/min; también el ábaco es aplicable con esas unidades. Por tanto, los resultados dependerán de las unidades que sirvieron para el cálculo de r.

El ábaco consta de dos partes: Sirven de entrada los ejes r y Q, uniendo los puntos correspondientes a los datos del problema, con un hilo delgado. Se determina la intersección de este hilo con el grupo de ejes «h» $= rQ^n$ precisamente en aquel eje cuya *n* corresponda al valor elegido para el cálculo. Esta intersección determina el «h» que resuelve la fórmula (1). Al mismo tiempo, se determina la intersección del mismo hilo con el grupo de ejes $h' = nrQ^{n-1}$ y precisamente con aquél a que corresponda el valor de n elegido. Esta segunda intersección nos determina el valor del «término correctivo» correspondiente, que servirá para el cálculo de la corrección.

Para mejor comprender la marcha del cálculo, resolveremos un ejemplo sencillo, como el indicado a la fig, 3. Se trata de una malla alimentada en A con un gasto de 20 1/seg. y que entrega en los nudos B, C y D los gastos de 8,10 y 2 1/seg., respectivamente. En la figura se indican los largos y diámetros de las cañerías. Se trata de determinar el escurrimiento en los diversos trozos y las cotas piezométricas que se producen en los diversos nudos.

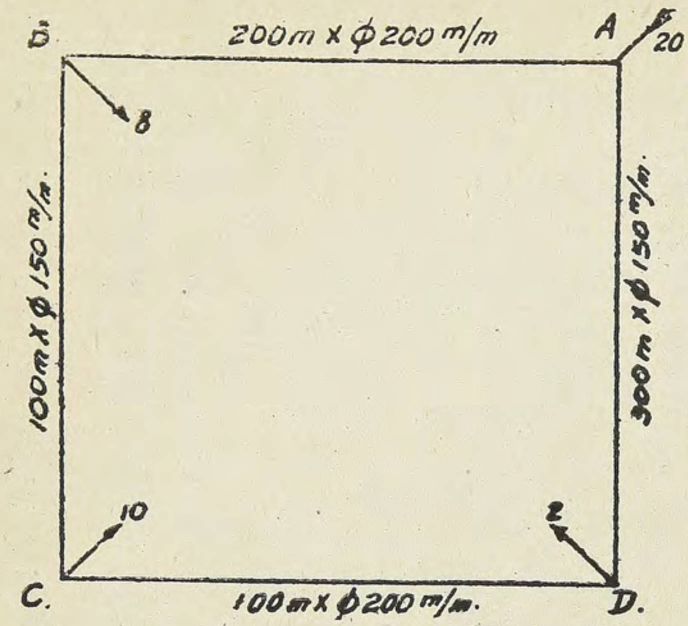


Fig_3

Comenzamos con el cálculo de r, aplicando la fórmula de Darcy, y adoptando, por consiguiente, n = 2 en nuestros cálculos. El primer paso es determinar los valores de r, a base de la explicación dada para esta fórmula.

Resulta así:

$$r_{AB} = 11571 \times 200 : 10000 = 0{,}23$$
$$r_{BC} = 50639 \times 100 : 10000 = 0{,}51$$
$$r_{CD} = 11571 \times 100 : 10000 = 0{,}12$$
$$r_{AD} = 50639 \times 300 : 10000 = 1{,}52$$

Ahora, supondremos que el gasto en A se divida en dos, a saber: $Q_{AB} = 15$ l/seg. y $Q_{AD} = 5$ l/seg., puesto que su suma debe ser 20 l/seg. Estos valores se han elegido arbitrariamente, naturalmente que con un poco de lógica. Ahora se forma el diagrama siguiente, fig. 4. Aquí sólo se inscriben las resistencias de los trozos, y los gastos, estos últimos afectados de una flechita que indica el sentido que hemos adoptado para ellos. Los gastos en las ramas BC y CD resultan de la condición de continuidad del gasto en cada nudo. Por ejemplo, al nudo B llegan 15 l/seg. por la cañería AB y se entregan 8 l/seg. en ese nudo; el sobrante que sigue por la cañería BC será, por tanto, igual a 15 — 8 = 7 l/seg., y así sucesivamente.

Se forman ahora los valores de ΣrQ^2 y de $\Sigma 2rQ$, fijándose en que en la primera de estas sumas hay que respetar los signos, no así en la segunda de ellas. Para esto, se rodea la malla en cualquier sentido y partiendo de un nudo cualquiera, hasta llegar de vuelta al nudo de partida. Nosotros hemos partido del nudo A y rodeado la malla en el sentido ABCD. Se obtienen los siguientes resultados, tomados con ayuda de nuestro ábaco, el cual nos dará h en cm., para los valores de r que hemos elegido. Se buscan las intersecciones con los ejes de n = 2.

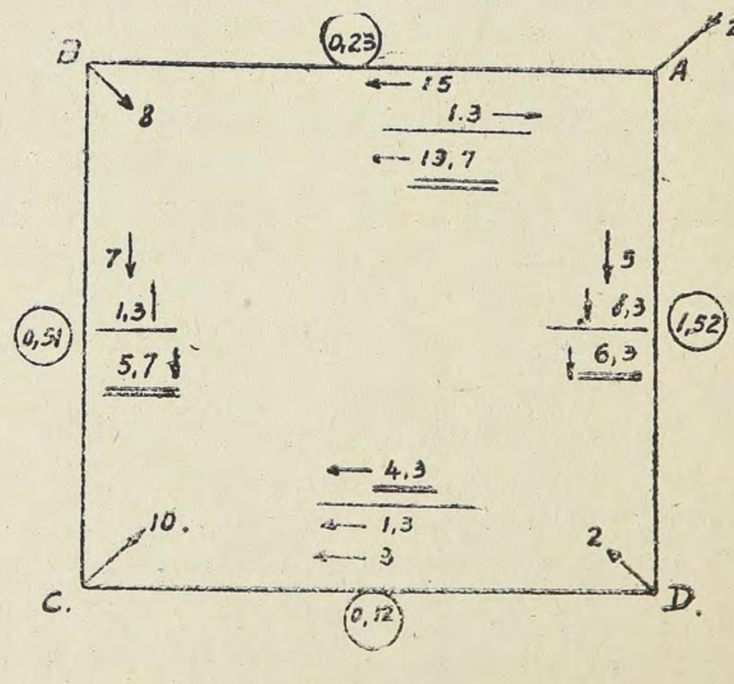


Fig_4

Se obtiene:

Trozo	rQ^2	$2rQ$
AB	+ 51,8	6,90
BC	+ 25,0	7,14
CD	— 1,1	0,72
DA	— 38,0	15,20
Sumas........................	+ 37,9	29,96

Aquí, evidentemente la primera suma indica el «error de cierre» que se ha obtenido, equivalente a 37,7 cm. Como es positiva, nos indica que se ha elegido un gasto demasiado elevado para Q_{AB} y que se le debe disminuir.

El término correctivo determina el valor de esta corrección, «q», pues, de acuerdo con nuestra fórmula (3), se tiene q = 37,7 : 29,96 = 1,3 l/seg.

Este gasto suplementario, q = 1,3 l/seg. se ha supuesto que corre en la malla en un sentido determinado, de modo que haga disminuir Q_{AB}. Luego se inscribe este gasto suplementario en el diagrama anterior (fig. 4), y se hace la composición de ambos gastos, para obtener el gasto corregido. Este gasto es el que está inscrito en ese diagrama subrayado dos veces.

Ahora verificamos el valor de Δh que se va a obtener con esta corrección. Siempre a base de nuestro diagrama, se llega a lo siguiente:

		$r.Q^2$
AB	+	43,0
BC	+	16,6
CD	—	2,2
DA	—	60,5
Suma..... =	—	3,1 cm.

Este error es menos del 10% del error anterior, y dado su escaso valor, ya que solamente el error es un poco superior a 3 centímetros, podemos suspender aquí el tanteo. Si no se hubiere obtenido este resultado, se formaría la columna del término correctivo y se determinaría un nuevo valor de q, procediéndose con el método en la misma forma como si se tratara de un primer tanteo, solamente que ahora se parte de la base de los gastos corregidos y no de los gastos supuestos en primer lugar.

En general, bastan 3 a 4 tanteos para llegar a resultados suficientemente aproximados.

Como en nuestro problema se propuso determinar las cotas de las presiones en los diversos nudos, tomemos como cota del nudo A el valor 10 m. En los demás nudos se tendrá, entonces, las siguientes cotas piezométricas:

$$B = A - 0{,}43 = 10 - 0{,}43 = 9{,}57$$
$$C = B - 0{,}166 = 9{,}57 - 0{,}166 = 9{,}404$$
$$D = C + 0{,}022 = 9{,}404 + 0{,}022 = 9{,}426$$

y para cerrar:

$$A = D + 0{,}605 = 9{,}426 + 0{,}605 = 10{,}031$$

Nótese que, como h estaba en cm., lo hemos expresado en m. para obtener las cotas piezométricas. También hemos debido cambiar los signos, por cuanto h significa pérdidas de carga, que deben restarse a la cota anterior para obtener la nueva cota. En cambio, entre C y D, hay pérdida de carga si se va en el sentido de D a C, pero como se va en el sentido de C a D, aquí se debe ganar carga, luego el valor negativo de la pérdida de carga en CD, también hay que cambiarle signo para obtener la carga en el nudo D. El error de cierre fué, como estaba previsto, de 3,1 cm.

AMPLIACIÓN DEL MÉTODO A UNA RED SENCILLA

En la aplicación del método a una red sencilla, se sigue un procedimiento muy semejante. Se forman circuitos lógicos según las mallas que se van a analizar. Desde luego, son datos del problema los consumos de agua que se deducen del estudio de las necesidades de la población. Algunos consumos grandes se podrán ubicar en el diagrama; los consumos de la vivienda (gastos en camino) conviene agruparlos en los diversos nudos, según las técnicas corrientes. Se trata de estimar el consumo máximo en la red para su verificación, agregando el gasto de algunos grifos de incendio, en ubicación desfavorable en la red.

En general, puede decirse que una red debe verificarse para condiciones extremas, tal como se hace para el cálculo de las vigas de un puente. Los consumos así determinados se inscriben en un diagrama de la red. Luego, se computan los valores de «r» para cada trozo de cañería entre dos nudos y se inscriben también en el diagrama, rodeados de un círculo para evitar confusiones. (Recuérdese que $r = f(D, L, C)$, siendo C la rugosidad que se acepte). Estos valores de r se calculan una sola vez para la red.

Luego, comenzando por los puntos más alejados de la red, se van asignando gastos individuales para cada trozo de cañería, siguiendo cierto «criterio» (esto no se puede definir ni explicar con exactitud; dejamos al lector que en esto use su sentido común). Por lo demas, el mayor o menor acierto en la determinación de estos gastos previos sólo influye en el menor o mayor número de tanteos que se deban hacer. La única condición que debe cumplirse, es la continuidad del escurrimiento en cada nudo.

Ahora estamos en condición de hacer el primer tanteo. En una red grande, no será posible hacer el tanteo para cada malla individual, pero siempre será posible elegir ciertos «cuarteles» definidos por estar circunscritos por algunas cañerías llamadas principales, en tal forma, que los ramales secundarios tengan poca influencia en el resultado general. Es a estos «cuarteles» que se aplica el procedimiento. Se presenta ahora la particularidad de que dos cuarteles contiguos tendrán una cañería en común (como en el lado AB de la malla indicada en la fig. 5). En estos casos, se procede a calcular el valor de q_I y q_{II} que corresponda a cada uno de los cuarteles, y el segundo tanteo se hará tomando como gasto en AB aquel que resulte de aplicar estas dos correcciones al gasto primitivo adoptado por Q_{AB}. Si bien es cierto que este procedimiento está sujeto a la crítica de que no es rigurosamente exacto por consideraciones matemáticas, en la práctica conduce a resultados muy satisfactorios. Con algunos tanteos sucesivos, aplicando el método a cada circuito, extendiéndose a todos los circuitos contiguos a la vez, se llegará a obtener un resultado aceptable para la red, que se traduce en lo siguiente:

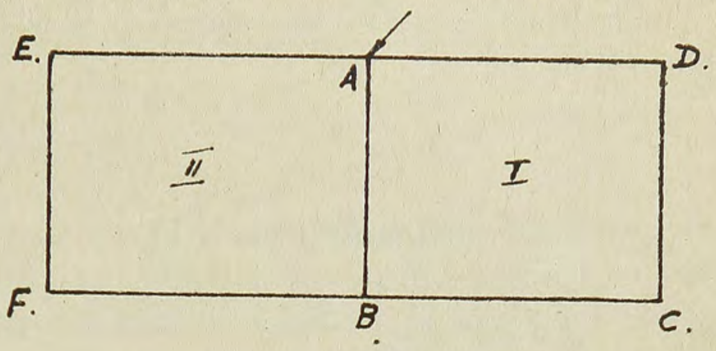


Fig_5

Partiendo de la cota piezométrica en A, origen de la red, se calculan sucesivamente las cotas piezométricas en el resto de los nudos, según los gastos determinados finalmente con los diversos tanteos. Luego, se conocen las cotas del terreno en los mismos puntos. Su diferencia nos dará la *presión de agua* resultante en cada nudo. Si estas presiones son adecuadas para nuestros fines, el cálculo nos habrá conducido a la conclusión de que la red proyectada está conforme con las necesidades. Al contrario, si no se cumplen las condiciones impuestas, habrá llegado el momento de hacer cambios en la red, variando los diámetros de algunas cañerías. Pero, con el cálculo ya hecho, se tendrá una visión respecto a los posibles cambios que se deben introducir, siendo esta también una de las grandes ventajas del procedimiento.

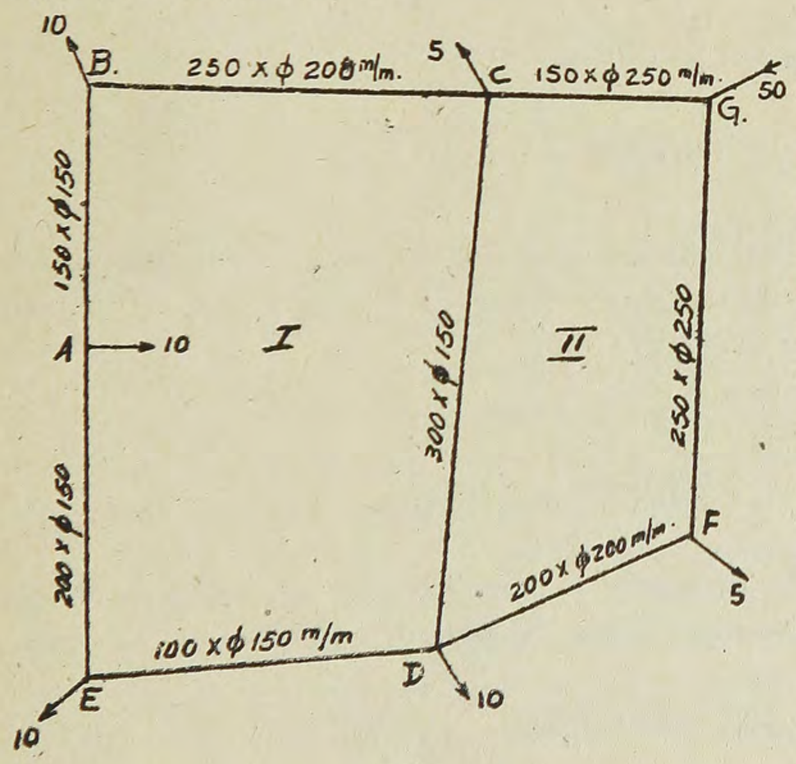


Fig_6

Aunque parece engorroso el sistema, en realidad no lo es. Basta con seguir un cierto método en los cálculos, en el sentido en que se rodean las diversas mallas principales (cuarteles), y la excepción hecha para aquilatar los sentidos de escurrimiento, principales y correctivos, para que se pueda proceder con rapidez a los diversos tanteos.

EJEMPLOS DE REDES CALCULADAS

Sea la red indicada en la fig. 6 que vamos a calcular de acuerdo con la fórmula de Darcy. Se han indicado los gastos en los diversos nudos más un gasto concentrado en A (se supone ahí una fábrica grande), expresados en l/seg. Además las cañerías se indican por su largo y su diámetro en m. y en mm., respectivamente. Se supone que se trata de cañerías en uso.

El primer paso es el cálculo de los r. Para esto usaremos una tabla de la fórmula de Darcy que encontramos en un manual de «Pont a Mousson». Esa tabla nos da los valores de J por metro de largo de las cañerías de diferentes diámetros; es decir, h queda expresado en metros. Como los queremos en cm. y nos conviene además expresar «h» para cada 100 m. l. de cañería de diversos diámetros, basta multiplicar por 10000 los valores de la tabla que se encuentren. Además, usaremos la relación

$$r = \frac{h}{Q^2}$$

ya que n = 2 para la fórmula de Darcy. Comenzamos por el diámetro menor que hay en nuestra red, o sea, 150 mm. La tabla nos da J = 0,04572 para un gasto 30,042 l/seg, que se ha fijado arbitrariamente; es prácticamenie 30 l/seg. Luego, el valor de r que da h en cm. para 100 m. l. de cañería de 150 mm. es:

$$r = \frac{10000 \times 0,04572}{30 \times 30} = 0,505$$

La cañería AB de este diámetro tiene 150 m. l.; luego

$$r_{AB} = 1,5 \times 0,505 = \underline{0,76}$$

Análogamente, tendremos: $r_{AE} = 2 \times 0,505 = \underline{1,03}$

$$r_{ED} = 1 \times 0,505 = \underline{0,51}$$

$$r_{CD} = 3 \times 0,505 = \underline{1,52}$$

Luego, pasamos al diámetro 200 mm. La tabla nos da, para Q = 10,996. o sea, 11 l/seg. J = 0,00140. Aplicando la relación anterior, el «r» para 100 m. de esta cañería, con h en cm., resulta ser de 0,116

Luego: $r_{DF} = 2 \times 0,116 = \underline{0,23}$

$$r_{BC} = 2,5 \times 0,016 = \underline{0,29}$$

Finalmente pasamos en forma semejante al diámetro 250 mm. La tabla nos da J = 0,00181 para Q = 22,089, o sea 22,1 l/seg. Se obtiene entonces:

$$h = 18,1 : 489 = 0,037$$

Las resistencias de las cañerías restantes son así:

$$r_{CG} = 1,5 \times 0,037 = \underline{0,06}$$

$$r_{CB} = 2 \times 0,037 = \underline{0,07}$$

Estos valores se inscriben en el diagrama siguiente, fig. 7, y nos damos una distribución provisoria de los gastos, basados groseramente sobre las resistencias así calculadas.

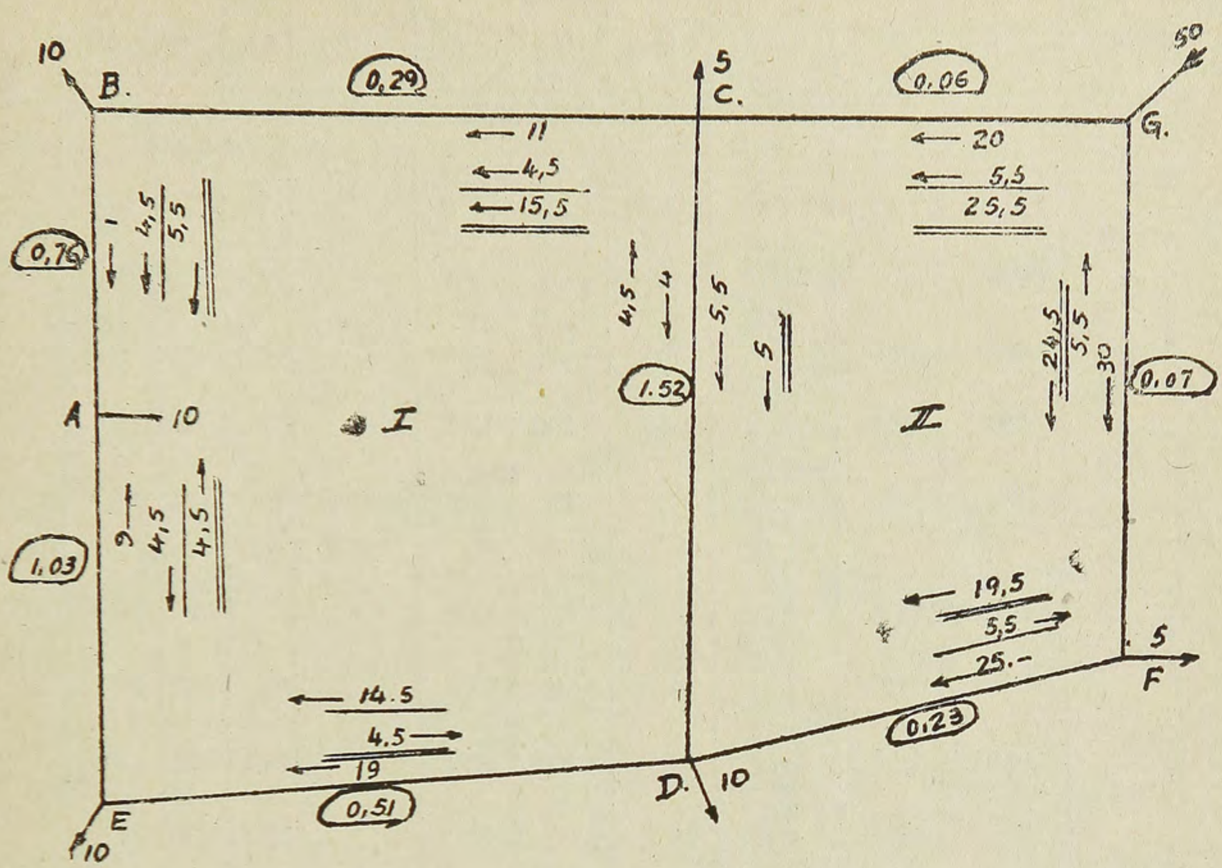
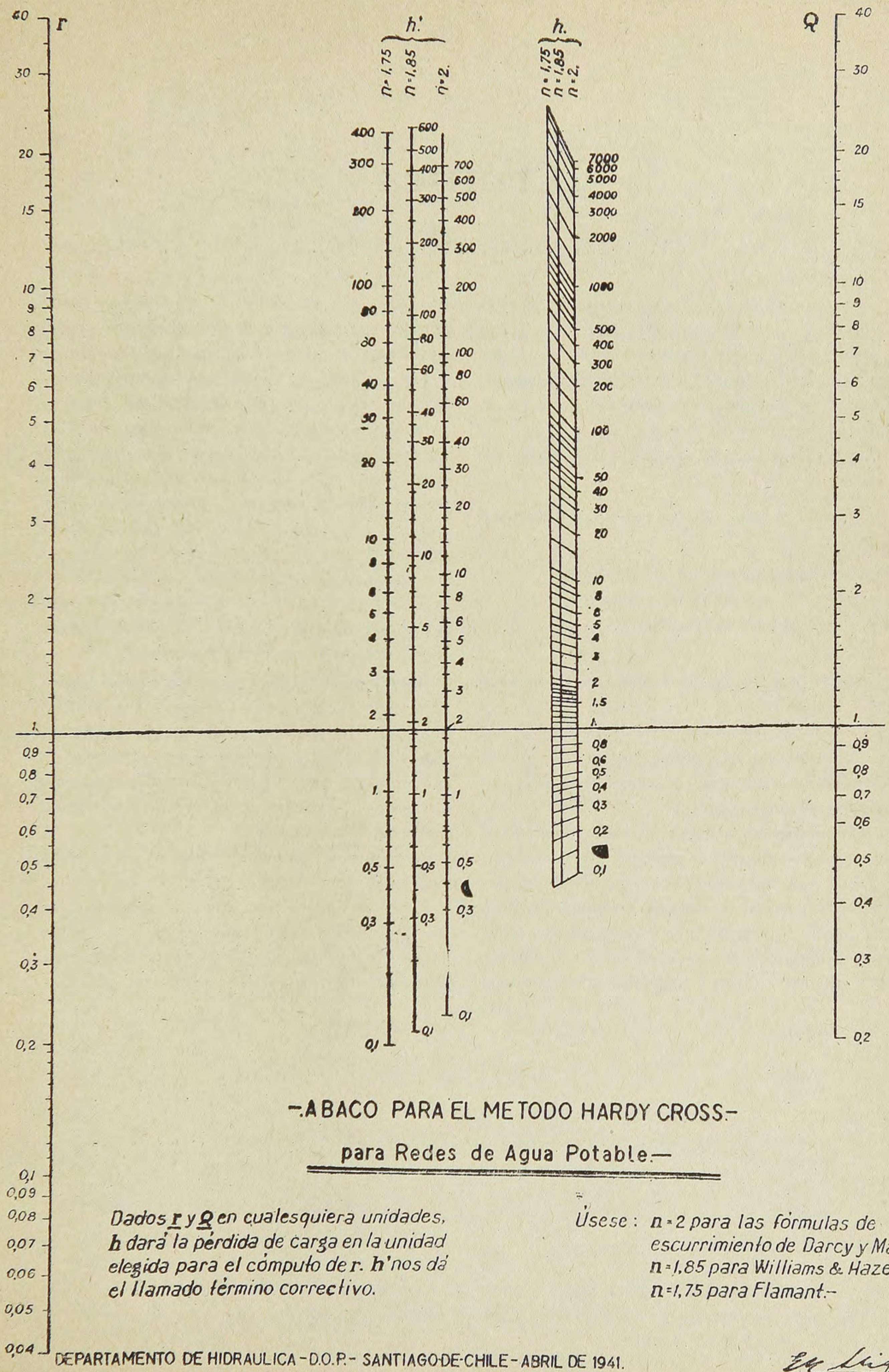


Fig_7

El cuadro que sigue indica la marcha del cálculo y la distribución conveniente para efectuarlo. Se podrían agregar, en el comienzo, columnas que contengan los valores calculados de «r» para cada trozo, y el valor inicial del gasto tomado en cuenta para el primer tanteo. Con estos datos, se van calculando, mediante el ábaco, simultáneamente los valores correspondiente de h y de h' para cada trozo. Luego se van sumando estos valores para cada malla y se calcula el valor de «q», gasto correctivo correspondiente a cada malla, y su sentido de escurrimiento. Estos valores correctivos se traspasan al diagrama de la red, y se hace la composición de gastos en cada trozo, para obtener los valores del gasto corregido para iniciar el segundo tanteo. Nótese que, en las cañerías que son comunes a dos mallas contiguas, el gasto corregido es el que resulta de la aplicación simultánea de las dos correcciones obtenidas, una para cada una de dichas mallas contiguas.

		1.er TANTEO			2.° TANTEO				3.er TANTEO			
Cuar-tel	Nudos	h	h'	q	Q	h	h'	q'	Q_2	h	h'	x_2
	C											
		+35	6,3		15,5	+55	9		17	+90	10,0	
I	B											
		+0,8	1,5	258,2	5,5	+22	8,5		7	+38	10,7	
	A			58,3								
		—90	19,0		4,5	—21	9,4		3	— 9	6,2	
	E											
		—180	19,5	=4,5	14,5	—100	12,3		13	—90	13,3	
	D			Sentido								
		—24	12	C→B	5	—38	15,6	Sentido	4,8	—35	14,7	
	C							C→B				
		—258,2	58,3			—82	54,8	1,5		—6	54,9	∽ 0
	C											
		+24	12		5	+38	15,6		4,8	+35	14,7	
	D											
II		—144	11,5	164	19,5	—90	9,0		18,2	—78	8,6	
	F			30,1								
		—68	4,2		24,5	—40	3,2		23,2	—36	3,3	
	G											
		+24	2,4	=5,5	25,5	+40	3,0	Sentido	26,8	+42	3,2	
	C			Sentido				G→C				
				G→C								
		—164	30,1			—42	30,8	1,3		—37	29,8	

Si bien el método está sujeto a la crítica de que el gasto correctivo en un trozo de cañería, común a dos mallas, es la resultante de dos correcciones, es decir, que no se introduce una corrección matemáticamente determinada, en la práctica resulta que estas correcciones sucesivas se van afinando de tal modo, que los resultados obtenidos, después de unos 4 ó 5 tanteos, conducen a resultados suficientemente buenos, dentro de la aproximación general que producen las ecuacioces de la hidráulica.



-ABACO PARA EL METODO HARDY CROSS-

para Redes de Agua Potable.-

*Dados **r** y **Q** en cualesquiera unidades, **h** dará la pérdida de carga en la unidad elegida para el cómputo de r. **h'** nos dá el llamado término correctivo.*

*Úsese: **n**=2 para las fórmulas de escurrimiento de Darcy y Manning.-*
***n**=1,85 para Williams & Hazen.-*
***n**=1,75 para Flamant.-*

DEPARTAMENTO DE HIDRAULICA - D.O.P. - SANTIAGO-DE-CHILE - ABRIL DE 1941.